

Daniel Muzzolini: Diagrammatik der Tonhöhen – von Boethius bis Newton

DGM-Jahres-Tagung Wien 9.-11. September 2016

Keywords: Proportionen, Intervalle, Tonhöhen, Tonsysteme, Logarithmen, Oktavidentität, Diagramme, Geschichte der Musiktheorie.

Nach der geläufigen Auffassung wurden Logarithmen im ausgehenden 16. Jahrhundert entwickelt. In der Musiklehre pythagoreischer Prägung hingegen ist logarithmisches Denken Standard. Ausdruck und Grundlage dieses Denkens ist die terminologische Unterscheidung von Zahlenverhältnissen und Intervallen. So bezeichnet "Sesquialtera" das Zahlenverhältnis $3 : 2$ und "Diapente" gibt das zugehörige Intervall der Quinte an.

Das zentrale Logarithmusgesetz " $\log(a) + \log(b) = \log(a \cdot b)$ " wird in der Musiklehre zu "die Addition musikalischer Intervalle entspricht der Multiplikation ihrer Zahlenverhältnisse". Beispielsweise ist das Zahlenverhältnis zur "Diapason cum Diapente" (Oktave + Quinte = Duodezim: $8 + 5 - 1 = 12$) die "Tripla" ($\frac{3}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = \frac{3}{1}$). Der Abstands begriff für Tonhöhen, der sich in den Intervallen und der zugehörigen Sprache manifestiert, stellt ein logarithmisches Mass für Zahlenverhältnisse dar. Die Tatsache, dass wir gleiche Frequenzverhältnisse als identische Intervalle erkennen und transponierte Melodien wiedererkennen können, ist ein Beispiel für das Weber-Fechner-Gesetz der Psychophysik. In der Musiklehre hat diese Erkenntnis schon früh zu einem intuitiven Umgang mit Logarithmen geführt. Der Beitrag geht den damit verbundenen Visualisierungen von Boethius bis Newton nach.

Boethius verwendet Darstellungen geometrischer Folgen in Matrixform, in einer Anordnung, in der das angesprochene logarithmische Verständnis visuell zum Ausdruck kommt. Und seine Aussagen wie "die Oktave ist um ein (pythagoreisches) Komma kleiner als 6 Ganztöne" und "der (pythagoreische) Halbton ist grösser als 3 Kommata, aber kleiner als 4 Kommata" sprechen eine deutliche Sprache. Die Erfindung des Notenliniensystems stellt eine halblogarithmische Umsetzung des Denkens in Intervallen dar, bei welcher gleiche Intervalle gleiche vertikale Abstände erhalten, aber gleiche Abstände nicht zwingend zu gleichen Intervallen gehören. Guido von Arezzos System der relativen Solmisation von Hexachorden erleichtert das intervallgetreue Transponieren von Melodien. Bei Glarean (1547) finden sich Diagramme, die die Grössenverhältnisse der Intervalle präzise wiedergeben. Unter Berücksichtigung der Oktavidentität kommt es bei Descartes (1618) zu neuartigen Kreisdiagrammen für Intervalle, Skalen und Tonsysteme. Schliesslich wirft Newtons Adaption der Kreisdiagramme von Descartes (1665, 1704) in Bezug auf Tonsysteme anspruchsvolle mathematische Fragen auf.